磐石计划 01 · A 卷

学习分析报告（订正与迁移）

版本 v3.0；每卷 21 题、150 分；对象为本次对话中已经接触基础数学语言与深度学习入门内容的学习者。现无实际答卷与追踪数据，本文不报告实测难度、区分度、平均分或“保证掌握率”。

一、看懂答案不作为完成标准

状态	可观察行为	下一步
S0 未建立	读不清对象或不能开始	查讲义相关定义，用 H1 起步
S1 借助完成	看提示 / 答案可以跟上	遮住材料从第一步重写
S2 独立重建	可写完整推导并解释条件	做原题的同题改动
S3 条件迁移	能在改变条件后重推，解释差异	隔一段时间再写，记录是否保持

状态用于安排复习，不是标准化能力等级。一次 S3 不保证长期保持；延迟后不能恢复，就回到当前真实状态。全部题目都要完成理由与方法重建，不能用总分高掩盖某条知识链断裂。

二、不同错因如何订正

错因	不充分的订正	有效重建动作
符号 / 类型	抄写定义	给原式每个对象标类型、维度与固定 / 变化角色
运算 / 次序	只改最后一个数	保留中间状态，逐个等号写依据
条件 / 边界	背结论	圈出假设，构造取消该假设后的反例
证明断裂	抄完整证明	只保留题设，恢复每个不等式的方向及理由
迁移失败	重复背原数值	改参数、定义域或样本，再推一遍

三、逐题学习分析与回访

1. 模型是“输入＋参数”到输出的映射

最可能的理解断点：把参数空间当输出空间；把分号当运算符；把一个预测值与完整函数混为一谈。

订正必须补出：不用答案写出 $m : \mathcal{X} \times \Theta \to \mathcal{Y}$，并逐个解释 $m(2;(3,1))$、$m(\cdot;(3,1))$、Θ。

迁移检查：同题改动：固定 $b = 1$，只训练 w。完整映射的输入空间怎样变化？可见完成证据：能在更换参数个数后重新写映射，并区分空间、元素、函数、函数值。

回查讲义第 1 章；在 B1、A13、A19 再次使用。记录：首次___/5；H0/H1/H2/详解__；当前 S0/S1/S2/S3__；延迟重写日期___。

2. 函数复合的方向

最可能的理解断点：把 $\circ$ 当乘法；把中间值 -3 当最终输出；交换复合次序。

订正必须补出：写出 $(f \circ g)(x)$ 与 $(g \circ f)(x)$ 的完整表达式，不用一句“从右到左”代替实际代入。

迁移检查：同题改动：求所有满足 $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ 的实数 x。可见完成证据：能写出内层函数输出，并把它作为一个整体代入外层。

回查讲义第 1、3 章；在 B2、A18、A20 再次使用。记录：首次___/5；H0/H1/H2/详解__；当前 S0/S1/S2/S3__；延迟重写日期___。

3. 转置、内积与输出类型

最可能的理解断点：计算出了三个乘积就停下；认为写了转置只是外观变化，没有改变乘法形状。

订正必须补出：并排算 $\theta^\top x$ 与 $\theta \odot x$，写出两者的形状，解释内积最后的求和。

迁移检查：同题改动：把第三个参数改为 a，求模型输出为零的 a。可见完成证据：能不计算就判断输出是标量、向量还是矩阵，再正确运算。

回查讲义第 2 章；在 B3、B4、A19 再次使用。记录：首次___/5；H0/H1/H2/详解__；当前 S0/S1/S2/S3__；延迟重写日期___。

4. 矩阵乘向量与逐元素激活

最可能的理解断点：把矩阵当作结果；先激活输入再做乘法；偏置维度没有跟随输出。

订正必须补出：独立写出 $W, x, b, Wx, Wx + b, \rho(Wx + b)$ 的形状，并用每行一个内积解释输出。

迁移检查：同题改动：只把 x_1 从 1 改成 3，其余不变，重算网络输出。可见完成证据：能逐步写中间值，且能说明不是矩阵“变成”向量。

回查讲义第 2、3 章；在 A12、A18、B14 再次使用。记录：首次___/5；H0/H1/H2/详解__；当前 S0/S1/S2/S3__；延迟重写日期___。

5. 多重集、指示函数与经验平均

最可能的理解断点：把多重集去重；把分类器的输出当损失；忘记真实标签参与比较。

订正必须补出：写出预测列、标签列、0-1 损失列，以及经验分布下的期望式。

迁移检查：同题改动：只把第二条 $(1,1)$ 改成 $(1,0)$，求新经验风险。可见完成证据：能把逻辑判断、求和平均和经验期望三种写法互相转换。

回查讲义第 4、8 章；在 A17、B13、B19 再次使用。记录：首次___/5；H0/H1/H2/详解__；当前 S0/S1/S2/S3__；延迟重写日期___。

6. 最小值与最小化点集合

最可能的理解断点：把 min 的函数值写进 argmin；只找到一个最小点；把导数为零当充分条件。

订正必须补出：分别写出 $\min L$、$\operatorname{argmin} L$、$L'(0)$，说明三者回答不同的问题。

迁移检查：同题改动：参数只允许在 $[0,2]$ 中，再求最小值和最小化点集合。可见完成证据：能区分最小

值、最优参数、驻点，并保留参数约束。

回查讲义第 1、6 章；在 B15、B18 再次使用。记录：首次___/5；H0/H1/H2/详解__；当前 S0/S1/S2/S3__；延迟重写日期___。

7. 同一向量的三种大小

最可能的理解断点：把二范数 5 当所有范数；把下标当坐标；对负分量不取绝对值。

订正必须补出：从一般式 $\|x\|_q = (\sum_i |x_i|^q)^{1/q}$ 推出 $q = 1, 2$ 的两式，再解释无穷范数。

迁移检查：同题改动：不逐项重算，求 $\|-2x\|_1, \|-2x\|_2, \|-2x\|_\infty$。可见完成证据：能计算三种范数，并用缩放性质解释变式。

回查讲义第 7 章；在 B4、B11、B20 再次使用。记录：首次___/5；H0/H1/H2/详解__；当前 S0/S1/S2/S3__；延迟重写日期___。

8. 从定义推出激活函数恒等式

最可能的理解断点：只在 t=0 验证就宣称恒等；把 Sigmoid 误判为奇函数。

订正必须补出：不靠图像，分别从指数定义证明 $s(-t) = 1 - s(t)$ 和 $u(-t) = -u(t)$。

迁移检查：同题改动：证明 $u(t) = 2s(2t) - 1$，并用它求 $u(0)$。可见完成证据：能从定义恢复对称关系，而不是背某个输入处的数值。

回查讲义第 3、5 章；在 A18、B2 再次使用。记录：首次___/5；H0/H1/H2/详解__；当前 S0/S1/S2/S3__；延迟重写日期___。

9. 逼近、训练与泛化的三道门

最可能的理解断点：认为表达能力越强就自动训练越好；把未提供人工标签误解为不能学习任何东西。

订正必须补出：用三句话分别解释逼近、优化、泛化，并各写一个不能由前者推出后者的理由。

迁移检查：同题改动：只有训练点 $(0,0), (1,1)$，比较 $f(x) = x$ 和 $g(x) = x^2$。零训练误差能否确定未来的规律？可见完成证据：能给出训练拟合不确定外推的具体反例。

回查讲义第 4、8、10 章；在 A17、B16、B19 再次使用。记录：首次___/6；H0/H1/H2/详解__；当前 S0/S1/S2/S3__；延迟重写日期___。

10. 结构假设不是无条件保证

最可能的理解断点：等变与不变混用；认为任何注意力都有同一掩码；把序列信息方向当因果发现。

订正必须补出：分别用 $F(Sx) = SF(x)$ 与 $F(Sx) = F(x)$ 写出等变和不变；解释 S 是什么。

迁移检查：同题改动：若向量映射 C 满足 $C(Sx) = S(Cx)$，S 只是重排坐标，证明 $\sum_i (C(Sx))_i = \sum_i (Cx)_i$。可见完成证据：能用等式而不是口号区分等变、不变与因果访问限制。

回查讲义第 12 章；在 B10、B21 再次使用。记录：首次___/6；H0/H1/H2/详解__；当前 S0/S1/S2/S3__；延迟重写日期___。

11. 有界不等于全域可积

最可能的理解断点：忘记积分区域；把积分值当范数；把有界与可积当同义词。

订正必须补出：写出 $g \in L^q(\mathbb{R})$ 的有限性条件，解释 dx 表示按长度或体积累计，而不是按概率取平均。

迁移检查：同题改动：把 h 的定义域改为 $[0, 2]$，再求它在该区域上的二范数。可见完成证据：能解释范数有限所依赖的区域和指数，而不只计算结果。

回查讲义第 7 章；在 A14、B7、B17 再次使用。记录：首次___/6；H0/H1/H2/详解__；当前 S0/S1/S2/S3__；延迟重写日期___。

12. 仿射层折叠与偏置传播

最可能的理解断点：只乘权重不乘偏置；把两个偏置直接相加；认为可折叠意味着训练轨迹相同。

订正必须补出：从代入式重建一般合并公式，标记所有矩阵与偏置的形状。

迁移检查：同题改动：在 h 之后加 ReLU，沿输入 $x=(t,0)^\top$ 写出 y，判断能否在全域折叠为仿射函数。可见完成证据：能推导折叠公式，并用分段斜率说明非线性的作用。

回查讲义第 2 章；在 B14、B16、A18 再次使用。记录：首次___/5；H0/H1/H2/详解__；当前 S0/S1/S2/S3__；延迟重写日期___。

13. 从记录构造损失，而非背总公式

最可能的理解断点：不减真实标签；把预测加起来再平方；漏除样本数；把 argmin 写成最小损失 0。

订正必须补出：以 $\ell_y(y')$、$\lambda_{(x,y)}(a)$、$\Lambda(a)$ 三层记号重写，再求 $\Lambda'(a)$。

迁移检查：同题改动：从 $a_0=0$ 用学习率 1/5 做一步梯度下降，求新参数和损失。可见完成证据：能从一条记录开始搭建平均损失，再用梯度更新。

回查讲义第 4、6 章；在 B5、B8、B18 再次使用。记录：首次___/5；H0/H1/H2/详解__；当前 S0/S1/S2/S3__；延迟重写日期___。

14. L2 误差与上确界不是同一对象

最可能的理解断点：把“没取到 1”写成上确界不存在；积分忘平方或忘开方；忽略端点定义。

订正必须补出：分别证明 1 是上界且任何小于 1 的数不是上界；再独立计算积分。

迁移检查：同题改动：只把 $f(1)$ 改成 1。二范数、上确界和最大值分别如何变化？可见完成证据：能区分 sup 与 max，并说明单点改动对积分和逐点值的不同影响。

回查讲义第 7 章；在 B7、B17 再次使用。记录：首次___/5；H0/H1/H2/详解__；当前 S0/S1/S2/S3__；延迟重写日期___。

15. 局部误差如何变为几何级数

最可能的理解断点：直接乘层数；把不等式写成每次实际必然相等；套级数时漏掉初始项 1。

订正必须补出：列出每条误差在第四层的权重，并解释为什么最晚一条误差权重为 1。

迁移检查：同题改动：把系数 1/2 改为 1，保持局部误差和初值不变，求四步可达上界。可见完成证据：能从递推写出求和，并把可达上界与实际值区分。

回查讲义第 11 章；在 A21、B21 再次使用。记录：首次___/5；H0/H1/H2/详解__；当前 S0/S1/S2/S3__；延迟重写日期___。

16. 从一次更新走到感知机间隔界

最可能的理解断点：把检查次数当更新次数；没有在展开范数时使用触发条件；直接除以零次更新数；把训练收敛当总体保证。

订正必须补出：遮住解答，只保留两个空框：$u^\top w^{(k)}\ge\square$，$\|w^{(k)}\|_2^2\le\square$。独立补齐证明，最后写出所用假设。

迁移检查：同题改动：每次更新改为 $w^+=w+\eta y_i x_i$，其中固定 $\eta>0$。重新比较两种增长，判断次数界是否改变。可见完成证据：能从更新定义独立推出两界与次数界，并解释每个假设。

回查讲义第 3、7 章；在 B16、B20 再次使用。记录：首次___/12；H0/H1/H2/详解__；当前 S0/S1/S2/S3__；延迟重写日期___。

17. 经验风险与真实风险分别用谁的权重

最可能的理解断点：混用两套概率；忘记训练中完全没观察到 x=2；最小化点不唯一却只写一个模型。

订正必须补出：独立做出三模型、三输入的预测表；不看解答写两个期望和两类最优集合。

迁移检查：同题改动：向原训练多重集补入一条 $(2,0)$，三个模型的经验风险分别是多少？可见完成证据：能将同一错误表转换为两种风险，解释未覆盖事件。

回查讲义第 4、8 章；在 B13、B19 再次使用。记录：首次___/12；H0/H1/H2/详解__；当前 S0/S1/S2/S3__；延迟重写日期___。

18. 链式法则怎样组织成反向传播

最可能的理解断点：漏 Sigmoid 导数；漏输入 xi；将矩阵梯度写成向量；先改 v 再算 W 梯度导致不再是同一点的同时更新。

订正必须补出：画五个符号框 L, o, h_j, z_j, W_{ji}，每条箭头旁写局部导数。再把 $\nabla_W L$ 写成外积并检查形状。

迁移检查：同题改动：仅把输出损失由 $\frac{1}{2}(o-y)^2$ 改为 $(o-y)^2$。所有梯度和等效学习率怎样变化？可见完成证据：能从局部导数推出矩阵梯度，且数值更新在同一个旧点计算。

回查讲义第 5 章；在 B5、B18、B21 再次使用。记录：首次___/12；H0/H1/H2/详解__；当前 S0/S1/S2/S3__；延迟重写日期___。

19. 函数自由度与参数冗余

最可能的理解断点：把 4 个存储数当 4 个可辨识函数系数；认为函数相同必然参数相同；漏掉矩阵反对称部分。

订正必须补出：用三行区分“最初两样本”“加入第三样本”“再加对称约束”，分别记录函数和参数是否唯一。

迁移检查：同题改动：第三条标签由 2 改为 4，求所有零损失矩阵；再求其中唯一的对称矩阵。可见完成证据：能分别判断参数可辨识性与预测函数可辨识性。

回查讲义第 2、9 章；在 B1、B12、B20 再次使用。记录：首次___/12；H0/H1/H2/详解__；当前 S0/S1/S2/S3__；延迟重写日期___。

20. 从复合到指数增长的折点

最可能的理解断点：只统计新增折点却没排除旧折点消失；把必要下界当最小可达宽度；把个别构造推广为所有任务。

订正必须补出：不看原图重画 T 和 T2；用“归纳性质—切分—不能合并”三段完成证明，并给出浅层折点上界。

迁移检查：同题改动：将 T 复合 6 次，给出线性段数、内部折点数、单隐藏层必要宽度下界，以及模块实现的 ReLU 总数。可见完成证据：能自行维护归纳不变量，且知道本题只是精确表示的教学特例。

回查讲义第 3、10 章；在 B17 再次使用。记录：首次___/12；H0/H1/H2/详解__；当前 S0/S1/S2/S3__；延迟重写日期___。

21. 误差传播与计算成本的联合推理

最可能的理解断点：把上界当实际轨迹；K=1 仍除以 K-1；把 MAC 次数、FLOPs、延迟和任务准确率互当同义词。

订正必须补出：从状态定义推导误差递推；分三类写几何级数；单独写深浅结构两式，并注明计数单位为乘加。

迁移检查：同题改动：初始误差改为 $e_0 > 0$，推导一般上界；再令 $K = 1/2, \varepsilon = 1/100, e_0 = 1/10$，求第四层上界。可见完成证据：能从模型假设推出条件化结论，不把结构名称当稳定性证明。

回查讲义第 7、11 章；在 B20、B21 再次使用。记录：首次___/12；H0/H1/H2/详解__；当前 S0/S1/S2/S3__；延迟重写日期___。

四、学习后怎样决定是否完成

按八条知识链逐一抽取代表题。遮住答案后，能说明符号、恢复计算 / 证明、给出条件边界，并完成同题改动，才记为当前已建立。不能只依据“解析很熟悉”“选项还记得”或“订正后满分”。

未通过的处理：先回对应讲义段落而不是整本重读；重新做同题重建；第二天再写一次；仍卡住时记录第一个不能解释的等号或条件。这里不追加主试题，只反复使用原 21 题及其订正变式。

知识链	当前可独立解释	可独立重建	同题变式可做	延迟仍可写
符号与函数族	□	□	□	□
矩阵、向量与展平	□	□	□	□
复合、激活与表达	□	□	□	□
监督学习与风险	□	□	□	□
导数、反传与优化	□	□	□	□
范数、积分与误差	□	□	□	□
可辨识性与压缩	□	□	□	□
稳定性、归纳偏置与算力	□	□	□	□

记录仅供个人学习，不从这些勾选计算未经验证的“掌握概率”。本卷覆盖本次对话已讨论的主题，不能代替整个深度学习学科的完整课程。