磐石计划 01 · B 卷

学习分析报告（订正与迁移）

版本 v3.0；每卷 21 题、150 分；对象为本次对话中已经接触基础数学语言与深度学习入门内容的学习者。现无实际答卷与追踪数据，本文不报告实测难度、区分度、平均分或“保证掌握率”。

一、看懂答案不作为完成标准

状态	可观察行为	下一步
S0 未建立	读不清对象或不能开始	查讲义相关定义，用 H1 起步
S1 借助完成	看提示 / 答案可以跟上	遮住材料从第一步重写
S2 独立重建	可写完整推导并解释条件	做原题的同题改动
S3 条件迁移	能在改变条件后重推，解释差异	隔一段时间再写，记录是否保持

状态用于安排复习，不是标准化能力等级。一次 S3 不保证长期保持；延迟后不能恢复，就回到当前真实状态。全部题目都要完成理由与方法重建，不能用总分高掩盖某条知识链断裂。

二、不同错因如何订正

错因	不充分的订正	有效重建动作
符号 / 类型	抄写定义	给原式每个对象标类型、维度与固定 / 变化角色
运算 / 次序	只改最后一个数	保留中间状态，逐个等号写依据
条件 / 边界	背结论	圈出假设，构造取消该假设后的反例
证明断裂	抄完整证明	只保留题设，恢复每个不等式的方向及理由
迁移失败	重复背原数值	改参数、定义域或样本，再推一遍

三、逐题学习分析与回访

1. 不同参数可能是同一个函数

最可能的理解断点：把参数组数当函数数；把笛卡尔积当并集；只在 x=0 比较导致所有函数看似一样。

订正必须补出：为三组参数各写一列在 x=0、1 的函数值，据此合并相同函数。

迁移检查：同题改动：输入空间仅保留 $\mathcal{X} = \{0\}$，参数空间不变。笛卡尔积大小与不同函数数分别为多少？可见完成证据：能解释参数到函数的多对一映射，并检查定义域。

回查讲义第 1、9 章；在 A1、A19 再次使用。记录：首次___/5；H0/H1/H2/详解__；当前 S0/S1/S2/S3__；延迟重写日期___。

2. ReLU 零区间与复合不等式

最可能的理解断点：把 ReLU=0 解成内部 =0；把闭端点漏掉。

订正必须补出：完整写出复合函数的分段式，并说明零点集合为什么不是单个数。

迁移检查：同题改动：求 $(g \circ f)(x) = 0$ 是否有实数解。可见完成证据：能从分段定义推导集合，而不是只求一个根。

回查讲义第 3 章；在 A2、B16、B17 再次使用。记录：首次___/5；H0/H1/H2/详解__；当前 S0/S1/S2/S3__；延迟重写日期___。

3. 长乘积的维度审计

最可能的理解断点：只凭字母熟悉程度判断；以为所有写在一起的矩阵都能相乘。

订正必须补出：把四个选项都标出形状；对无定义的式子写出哪两个内维不等。

迁移检查：同题改动：求 $W^\top v$ 的形状，并证明 $v^\top W x = (W^\top v)^\top x$。可见完成证据：能在多步乘积中持续跟踪维度，并用转置恒等式重组计算。

回查讲义第 2 章；在 A3、A18、B20 再次使用。记录：首次___/5；H0/H1/H2/详解__；当前 S0/S1/S2/S3__；延迟重写日期___。

4. 逐元素运算与范数的组合

最可能的理解断点：先求内积 1 再取绝对值；认为乘 0 的坐标可以改变维数。

订正必须补出：并列计算 $u \odot v$、$u^\top v$、$uv^\top$ 的类型，至少写出外积第一行。

迁移检查：同题改动：求 $\|u \odot v\|_2$ 与 $\|u \odot v\|_\infty$。可见完成证据：能跨内积、外积、逐元素乘积与范数保持对象类型清楚。

回查讲义第 2、7 章；在 A3、A7、A18 再次使用。记录：首次___/5；H0/H1/H2/详解__；当前 S0/S1/S2/S3__；延迟重写日期___。

5. 导数的每个因子来自哪里

最可能的理解断点：将 y 或 x 也当作正在求导的变量；漏链式因子；导数与损失本身混淆。

订正必须补出：用链式法则和极限定义各求一次，并标明极限过程先要求 h 不为零。

迁移检查：同题改动：从 $w_0 = 0$，用 $\eta = 1/8$ 更新一次，求预测和损失。可见完成证据：能解释导数数值和链式因子，并回到一次真实参数更新。

回查讲义第 4、5 章；在 A13、A18、B18 再次使用。记录：首次___/5；H0/H1/H2/详解__；当前 S0/S1/S2/S3__；延迟重写日期___。

6. 偏置决定边界，约定决定端点

最可能的理解断点：沿用其他数学语境的 sign(0)=0；把边界本身判为负类；忽略偏置。

订正必须补出：由加权和与阈值的比较推回偏置 b=-阈值，写出正类、负类及边界。

迁移检查：同题改动：将偏置从-1 改成 +1，写新边界并判断 (0,0) 的类别。可见完成证据：能把阈值、

偏置、不等式和几何边界互相转换。

回查讲义第 3 章；在 A16、B16 再次使用。记录：首次___/5；H0/H1/H2/详解__；当前 S0/S1/S2/S3__；延迟重写日期___。

7. 尖峰误差让不同范数分离

最可能的理解断点：认为一种范数趋零就意味着所有范数趋零；只看高度不看宽度。

订正必须补出：从定义推出一般 $\|f_n\|_q = n^{1-2/q}$，并分 $q<2, q=2, q>2$ 解释极限。

迁移检查：同题改动：只把支撑宽度改为 n^{-3}，求二范数和最大幅值，并比较两者的极限。可见完成证据：能构造而非只口述平均误差小、最坏误差大的反例。

回查讲义第 7 章；在 A11、A14、B17 再次使用。记录：首次___/5；H0/H1/H2/详解__；当前 S0/S1/S2/S3__；延迟重写日期___。

8. 负梯度方向与有限步长

最可能的理解断点：看到负梯度就断言必下降；只算参数不验证真实损失；混用近似号与等号。

订正必须补出：对任意 w 推导 $L(w-\eta L'(w)) = (1-2\eta)^2 L(w)$，用它求全部非最优点严格下降的步长范围。

迁移检查：同题改动：取 $\eta = 1$。损失是否严格下降？序列是否收敛到最优点？可见完成证据：能用精确余项或精确递推判断步长，不依赖口号。

回查讲义第 6 章；在 A13、B18 再次使用。记录：首次___/5；H0/H1/H2/详解__；当前 S0/S1/S2/S3__；延迟重写日期___。

9. 监督信号、反传与优化器

最可能的理解断点：把所有标签都当人工类别；把反向传播当成学习率选择算法。

订正必须补出：分别举一个监督、无监督、自监督情境，并在一轮训练中标出前向、损失、反传、更新。

迁移检查：同题改动：用句子前面的词预测下一词，目标由原句自动取得。是否可以同时说“存在输入—目标对”和“目标不需逐条人工标注”？可见完成证据：能按训练信号来源和计算步骤分类，而不靠名词记忆。

回查讲义第 4、5、12 章；在 A9、A18 再次使用。记录：首次___/6；H0/H1/H2/详解__；当前 S0/S1/S2/S3__；延迟重写日期___。

10. 用具体运算检验等变与不变

最可能的理解断点：仅因名字是卷积就写不变；因果掩码被解读为因果发现。

订正必须补出：把 A 的恒等式逐坐标算完；为 B 找一组具体反例；说明 C 如何由 A 推出。

迁移检查：同题改动：令 $r(x) = \sum_i (Cx)_i$，把 r 化简成 x 的表达式，说明这种聚合丢掉了哪些信息。可见完成证据：能亲算等变等式、反例和聚合不变，并认识其代价。

回查讲义第 12 章；在 A10、B21 再次使用。记录：首次___/6；H0/H1/H2/详解__；当前 S0/S1/S2/S3__；延迟重写日期___。

11. 用反例检查四种看似合理的结论

最可能的理解断点：检验几个数都成立就说全称成立；用不符合假设的反例；误称 q<1 也满足所有范数公理。

订正必须补出：为 A、C 各写一个有效反例，为 B 写全称证明；明确哪些范数条件被破坏。

迁移检查：同题改动：找非零向量使 $\|x\|_1 = \|x\|_2 = \|x\|_\infty$，并说明为什么可以。可见完成证据：能区分全称证明和反例，并说清范数使用条件。

回查讲义第 6、7、11 章；在 A6、A7、B18、B21 再次使用。记录：首次___/6；H0/H1/H2/详解__；当前 S0/S1/S2/S3__；延迟重写日期___。

12. 二次交叉系数与对称约束

最可能的理解断点：直接把 a 和 b 都设为 6；认为 x1x2 与 x2x1 独立；把对称约束当数据已经给出。

订正必须补出：先不加对称约束写全部矩阵，再解释对称约束如何消去冗余。

迁移检查：同题改动：额外要求 $a-b=2$，但不要求对称，求 a、b。可见完成证据：能辨明数据条件和额外结构约束的不同作用。

回查讲义第 9 章；在 A19、B20 再次使用。记录：首次___/5；H0/H1/H2/详解__；当前 S0/S1/S2/S3__；延迟重写日期___。

13. 分布不同，也可能对某函数有同一期望

最可能的理解断点：拿真实概率 1/2 代替经验频率；认为只要分布不同，任何期望都不可能相同。

订正必须补出：用同一张支持集表分别计算真实概率、经验概率和两种期望。

迁移检查：同题改动：把目标函数改成 $g(Z)=Z$，求经验期望与真实期望。可见完成证据：能避免“分布不同所以期望必不同”的逻辑跳跃。

回查讲义第 8 章；在 A5、A17、B19 再次使用。记录：首次___/5；H0/H1/H2/详解__；当前 S0/S1/S2/S3__；延迟重写日期___。

14. 参数矩阵展平不是更换模型

最可能的理解断点：把行列反过来；漏偏置；把参数向量当输出向量；把展平误认为线性模型。

订正必须补出：写四个对象形状、每个元素数与输出形状，并用一句话区分展平和换用二次模型。

迁移检查：同题改动：去掉两层偏置，其他不变，参数数目和第二层形状如何变化？可见完成证据：能从网络结构计算参数量，并区分形状、数量与有效自由度。

回查讲义第 2、9 章；在 A4、A12、B20 再次使用。记录：首次___/5；H0/H1/H2/详解__；当前 S0/S1/S2/S3__；延迟重写日期___。

15. 约束最优不一定是驻点

最可能的理解断点：直接解 L$\prime$=0 得到不合法点；把最小值与最小化点集合颠倒。

订正必须补出：画出参数约束区间，解释为什么最优点导数不为零不构成矛盾。

迁移检查：同题改动：允许空间改成 $[-1,1)$，最小值能否取得？下确界与 argmin 是什么？可见完成证据：能在有约束和最小值不取到的情形中使用正确优化记号。

回查讲义第 1、6 章；在 A6、B18 再次使用。记录：首次___/5；H0/H1/H2/详解__；当前 S0/S1/S2/S3__；延迟重写日期___。

16. 非线性表征使 XOR 可分

最可能的理解断点：尝试很多参数当成不可能性证明；负类边界写成非严格；构造参数只验证必要性不验证充分性。

订正必须补出：独立写四个分类约束和矛盾；再用两种隐藏特征值 0、1 推导全部参数范围。

迁移检查：同题改动：把 XOR 标签全部翻转，仍使用同一隐藏特征，求 $\operatorname{sign}(a(h_1+h_2)+c)$ 正确的全部 (a,c)。可见完成证据：能从不可能性到构造再到充要条件，理解特征表示的作用。

回查讲义第 3 章；在 A12、A16、A20 再次使用。记录：首次___/12；H0/H1/H2/详解__；当前 S0/S1/S2/S3__；延迟重写日期___。

17. 从折点结构构造平方逼近

最可能的理解断点：把粗网格宽度与细网格宽度混淆；漏误差中的 1/4；重算所有三角波导致 O(m^2)；把平方特例说成完整通用逼近。

订正必须补出：不看答案写出三节点的差值、望远镜求和与误差上界，并画一轮状态 (Ts,Ps) 如何复用。

迁移检查：同题改动：在 [0,2] 上用 $Q_m(x) = 4P_m(x/2)$ 逼近平方，求最大误差及不超过 1/64 的最小 m。可见完成证据：能用插值与状态复用重建显式逼近，而不是只背 O(log) 结论。

回查讲义第 10 章；在 A20、A14、B7 再次使用。记录：首次___/12；H0/H1/H2/详解__；当前 S0/S1/S2/S3__；延迟重写日期___。

18. 从局部下降到全程函数值收敛

最可能的理解断点：把充分步长范围写成所有函数必要范围；把线性收敛理解成误差一次函数；从函数值收敛直接推出参数唯一。

订正必须补出：按“代入负梯度—选 η—用 PL—两边减 F*—归纳”重写五步，标记每一步用了哪个条件。

迁移检查：同题改动：考虑 $F(w,b) = (w-2)^2$。它可取 $L_s = \mu = 2$。证明梯度下降虽可一步到最优值，最优参数却不唯一。可见完成证据：能独立给出收敛证明并明确它证明的是函数值、不是所有参数性质。

回查讲义第 6 章；在 A6、A13、B8 再次使用。记录：首次___/12；H0/H1/H2/详解__；当前 S0/S1/S2/S3__；延迟重写日期___。

19. 从固定模型界到训练后选择的保证

最可能的理解断点：将置信度当单条预测正确率；忘记 J 代价；把随机选择的模型直接代入固定模型界；风险差中漏一个 ε。

订正必须补出：独立写坏事件、并集界和三段比较链；标明概率对训练集抽样而言，而不是对固定答案。

迁移检查：同题改动：优化只找到 $\widetilde{h}$，满足 $\widehat{R}(\widetilde{h}) \le \min_h \widehat{R}(h) + \tau$。在同一好事件上推导真实风险界。可见完成证据：能说明统一事件为何覆盖数据依赖选择，并把优化误差加入界。

回查讲义第 8 章；在 A9、A17、B13 再次使用。记录：首次___/12；H0/H1/H2/详解__；当前 S0/S1/S2/S3__；延迟重写日期___。

20. 低秩近似要同时有下界与可达构造

最可能的理解断点：找到一个误差为 1 的矩阵就宣布最优；把最优矩阵与唯一因子混淆；把矩阵误差不加条件等同于任务误差。

订正必须补出：先证明行内积的范数不等式，再找 Bz=0 的单位方向，最后给达到下界的矩阵。

迁移检查：同题改动：由本题不等式证明对任意 x 有 $|x^\top(A-B)x| \le \|A-B\|_F\|x\|_2^2$；说明无界输入时矩阵误差小是否必使所有输出误差小。可见完成证据：能证明最佳性，并把压缩误差转为带输入条件的输出误差。

回查讲义第 9 章；在 A19、A21、B14 再次使用。记录：首次___/12；H0/H1/H2/详解__；当前 S0/S1/S2/S3__；延迟重写日期___。

21. 残差、梯度与数值误差的三重辨析

最可能的理解断点：遗漏 dxk/dx0；见到 +1 就断言梯度 ≥1；将数值误差有界当梯度不消失。

订正必须补出：从两种路线重新推导同一导数，用 Fk=-t 和 Fk=t 逐一检验，最后独立推误差几何级数。

迁移检查：同题改动：取每层 $F_k(t) = -t/2$。同时求 dx_L/dx_0 与加性误差上界，并解释这能否既数值稳定又梯度趋零。可见完成证据：能用同一结构比较前向误差与反向导数，给出条件化而非名称式解释。

回查讲义第 5、11 章；在 A18、A21、B11 再次使用。记录：首次___/12；H0/H1/H2/详解__；当前 S0/S1/S2/S3__；延迟重写日期___。

四、学习后怎样决定是否完成

按八条知识链逐一抽取代表题。遮住答案后，能说明符号、恢复计算 / 证明、给出条件边界，并完成同题改动，才记为当前已建立。不能只依据“解析很熟悉”“选项还记得”或“订正后满分”。

未通过的处理：先回对应讲义段落而不是整本重读；重新做同题重建；第二天再写一次；仍卡住时记录第一个不能解释的等号或条件。这里不追加主试题，只反复使用原 21 题及其订正变式。

知识链	当前可独立解释	可独立重建	同题变式可做	延迟仍可写
符号与函数族	□	□	□	□
矩阵、向量与展平	□	□	□	□
复合、激活与表达	□	□	□	□
监督学习与风险	□	□	□	□
导数、反传与优化	□	□	□	□
范数、积分与误差	□	□	□	□
可辨识性与压缩	□	□	□	□
稳定性、归纳偏置与算力	□	□	□	□

记录仅供个人学习，不从这些勾选计算未经验证的“掌握概率”。本卷覆盖本次对话已讨论的主题，不能代替整个深度学习学科的完整课程。